ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 22 ΜΑΪΟΥ 2013

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. γ

Α3. δ

Α4. γ

Α5. α. Σ
β. Λ
γ. Σ
δ. Λ
ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) ii

β) $\mathrm{E}_o = \frac{1}{2} C V_c^2 = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}0 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2 J = 4 \cdot 10^{-3} J$

Το ρεύμα την t_1 είναι το μέγιστο, αφού $q = 0$, άρα την t_1 έχουμε ολική ενέργεια:

$\mathrm{E}_1 = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-3} \cdot 6^2 J = 2 \cdot 10^{-3} J$

Άρα η ενέργεια μειώθηκε κατά $\Delta \mathrm{E} = \mathrm{E}_o - \mathrm{E}_1 = 2 \cdot 10^{-3} J$

Β2. α) iii

β) $\left.\begin{array}{l} \upsilon_\delta = \lambda_1 \cdot f_1 \\ \upsilon_\delta = \lambda_2 \cdot f_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot 3 f_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3} \Rightarrow \lambda_1 = 3\lambda_2 \quad (1)$

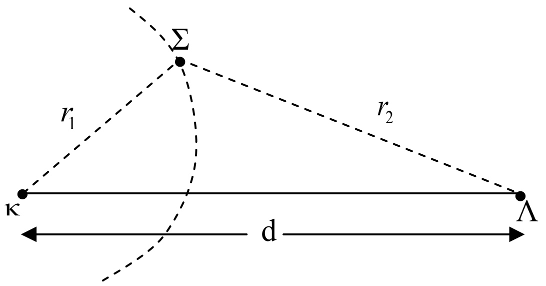
Η απόσταση των δύο πηγών είναι $d = 2\lambda_1 \overset{(1)}{\Rightarrow} d = 6\lambda_2 \quad (2)$

Για να έχουμε ακυρωτική συμβολή σε ένα σημείο Σ πρέπει $r_1 - r_2 = (2\kappa + 1)\frac{\lambda_2}{2} \quad (3)$

και από τριγωνική ανισότητα έχουμε $|r_1 - r_2| \le d \Rightarrow -d \le r_1 - r_2 \le d \overset{(3)}{\Rightarrow} -3\lambda_1 \le (2\kappa+1)\frac{\lambda_2}{2} \le 3\lambda_1$

$\overset{(1)}{\Rightarrow} -6\lambda_2 \le (2\kappa+1)\frac{\lambda_2}{2} \le 6\lambda_2 \Rightarrow -12 \le 2\kappa + 1 \le 12 \Rightarrow \ldots \Rightarrow -6{,}5 \le \kappa \le 5{,}5 \Rightarrow \kappa \varepsilon \{-6, -5, \ldots, 5\}$,

άρα **12 υπερβολές**.



Β3. α) ii

β) Επειδή οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις είναι εσωτερικές του συστήματος, οπότε δεν αναπτύσσονται εξωτερικές ροπές ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής.

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow I_1\omega_1 = \left(I_1 + I_2\right)\omega \Rightarrow I_1\omega_1 = \frac{5}{4}I_1\omega \Rightarrow \omega = \frac{4}{5}\omega_1$$

Άρα $L_{1,\tau\varepsilon\lambda} = I_1\frac{4}{5}\omega_1 \Rightarrow L_{1,\tau\varepsilon\lambda} = \frac{4}{5}L_1$

Το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του L_1 είναι $\left|\Delta\vec{L_1}\right| = \left|L_{1,\tau\varepsilon\lambda} - L_1\right| = \frac{1}{5}L_1$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Στην ελαστική κεντρική κρούση ισχύει: $\upsilon'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}\upsilon'_1$ (όπου $\upsilon'_1 = -\sqrt{10}m/s$)

$\Rightarrow \upsilon_1 = -\frac{\upsilon'_1}{3} \Rightarrow \upsilon_1 = 3\sqrt{10}m/s$ (1)

$\Sigma Fy = 0 \Rightarrow N_1 = m_1 g$ (2)

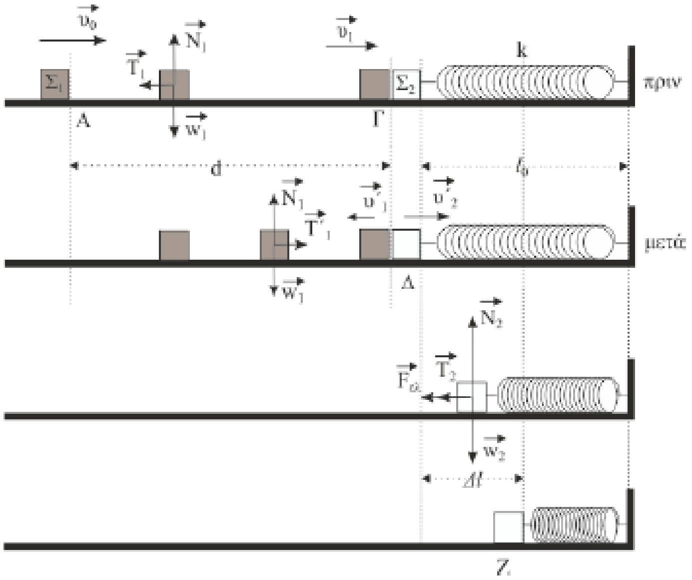
$T_1 = \mu N_1 \overset{(2)}{\Rightarrow} T_1 = \mu m_1 g$ (3)

$$\text{ΘΜΚΕ}_{A\to\Gamma}: K_\Gamma - K_A = \cancel{W_{W_1}}^{o} + \cancel{W_{N_1}}^{o} + W_{T_1} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = -\mu m_1 g d \Rightarrow \upsilon_0^2 = \upsilon_1^2 + 2\mu g d \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_1^2 + 2\mu g d} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{\upsilon_0 = 10m/s}$

Γ2. Το Σ_2 μετά την κρούση έχει ταχύτητα: $\upsilon'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon'_2 = \frac{2}{3}\upsilon_1 \overset{(1)}{\Rightarrow} \upsilon'_2 = 2\sqrt{10}m/s$

$$\frac{K_{2,\mu\varepsilon\tau\alpha}}{K_0} = \frac{\frac{1}{2}m_2(\upsilon'_2)^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2} = \frac{2\cdot 40}{100} = 80\% \quad \text{ή} \quad \frac{K_{2,\mu\varepsilon\tau\alpha}}{K_{1,\pi\rho\iota\nu}} = \frac{\frac{1}{2}m_2(\upsilon'_2)^2}{\frac{1}{2}m_1(\upsilon_1)^2} = \frac{8}{9} \simeq 89\%$$



Γ3. Για την κίνηση του Σ_1 από την (Α) στη (Γ) εφαρμόζουμε 2^{o} νόμο του Νεύτωνα:

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta t_1}=-T_1 \Rightarrow \frac{m_1\upsilon_1-m_1\upsilon_0}{\Delta t_1}=-\mu m_1 g \Rightarrow \Delta t_1=\frac{\upsilon_o-\upsilon_1}{\mu g}\Rightarrow \Delta t_1=\frac{10-3\sqrt{10}}{5}s$$

Για την κίνησή του μετά την κρούση ισχύει αντίστοιχα: $\Delta t_2=\dfrac{0-\upsilon'_1}{\mu g}\Rightarrow \Delta t_2=\dfrac{\sqrt{10}}{5}s$

Άρα ο συνολικός χρόνος κίνησης του Σ είναι:

$$\Delta t=\Delta t_1+\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t=\frac{10-2\sqrt{10}}{5}s \Rightarrow \Delta t=\left(2-0,4\sqrt{10}\right)s \Rightarrow \boxed{\Delta t=0,72s}$$

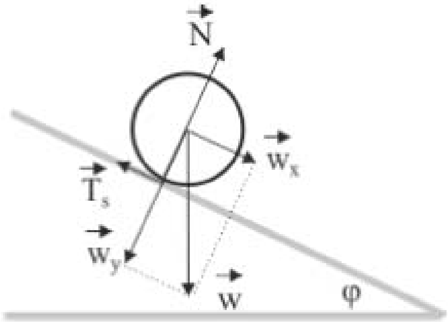
Γ4. $\text{ΘΜΚΕ}_{\Delta\to Z}: \cancel{K_Z}^{0}-K_\Delta=\cancel{W_{W_2}}^{0}+\cancel{W_{N_2}}^{0}+W_{T_2}+W_{F_{\varepsilon\lambda}} \Rightarrow -\frac{1}{2}m_2\left(\upsilon'_2\right)^2=-\mu m_2 g\Delta l-\frac{1}{2}k\Delta l^2 \Rightarrow$

$$k\Delta l^2+2\mu m_2 g\Delta l-m_2\left(\upsilon'_2\right)^2=0 \Rightarrow 105\Delta l^2+10\Delta l-40=0$$

$$\Delta=16900 \text{ άρα } \Delta l=\frac{-10\pm 130}{210}\Rightarrow \begin{cases}\boxed{\Delta l=\dfrac{4}{7}m} \\ \text{ή} \\ \Delta l=-\dfrac{2}{3}m \quad \text{απορ.}\end{cases}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



$$w_x = Mg\eta\mu\phi \quad (1)$$
$$w_y = Mg\sigma\upsilon\nu\phi \quad (2)$$
$$\Sigma F_x = Ma_{cm} \overset{(1)}{\Rightarrow} Mg\eta\mu\phi - T_s = Ma_{cm} \quad (3)$$
$$\Sigma_\tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_s \cdot R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_s = \frac{1}{2}M\alpha_{\gamma\omega\nu}R \underset{\alpha_{cm}=a_{\gamma\omega\nu}R}{\overset{\varepsilon\pi\varepsilon\iota\delta\eta\ \kappa.\chi.o\lambda}{\Rightarrow}} T_s = \frac{1}{2}Ma_{cm} \quad (4)$$
$$(3)+(4) \Rightarrow Mg\eta\mu\phi = \frac{3}{2}\mathrm{M}\alpha_{cm} \Rightarrow \boxed{a_{cm} = \frac{2g\eta\mu\phi}{3}}$$

Δ2. $\mathrm{I}_{o\lambda} = \mathrm{I}_{\kappa o\iota\lambda} + \mathrm{I}_r$

Όμως $\mathrm{I}_{o\lambda} = \dfrac{\mathrm{M}R^2}{2}$ και $\mathrm{I}_r = \dfrac{m_r \cdot r^2}{2}$

Οι μάζες των κυλίνδρων ακτινών R και r είναι ανάλογες των όγκων τους, συνεπώς:

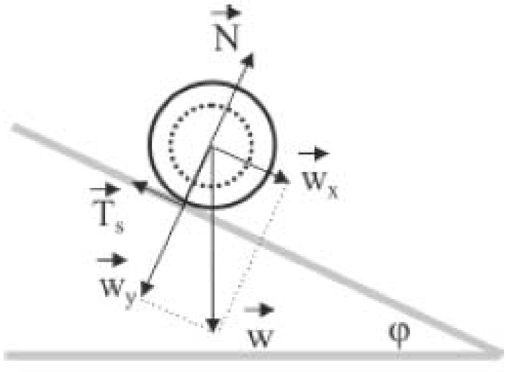
$$\frac{m_r}{M} = \frac{V_r}{V_R} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{\pi R^2 \cdot h} = \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow m_r = M\frac{r^2}{R^2}$$

Συνεπώς $I_r = \dfrac{Mr^2 \cdot r^2}{2R^2} \Rightarrow I_r = \dfrac{Mr^4}{2R^2}$

Άρα $I_{\kappa o\iota\lambda} = I_{o\lambda} - I_r \Rightarrow I_{\kappa o\iota\lambda} = \dfrac{MR^2}{2} - \dfrac{Mr^4}{2R^2} \Rightarrow I_{\kappa o\iota\lambda} = \dfrac{1}{2}\mathrm{M}R^2\left(1 - \dfrac{r^4}{R^4}\right)$

Δ3. Το εσωτερικό του κοίλου κυλίνδρου εφόσον έχει λιπανθεί δε στρέφεται και εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση, ενώ ο κοίλος κύλινδρος εκτελεί και μεταφορική και στροφική κίνηση.

Για τη μεταφορική κίνηση ισχύει: $\Sigma F = Ma_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\phi - T_s = Ma_{cm} \quad (5)$



Για τη στροφική:

$$\Sigma_\tau = \mathrm{I}_{\kappa o\iota\lambda} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mathrm{T}_s \cdot \cancel{R} = \frac{1}{2} M R^{\cancel{2}} \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \alpha_{\gamma\omega\nu} \overset{\varepsilon\pi\varepsilon\iota\delta\eta\ \kappa.\chi.o\lambda.}{\underset{\alpha_{cm}=a_{\gamma\omega\nu}\cdot R}{\Rightarrow}} T_s = \frac{1}{2} M \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) a_{cm} \qquad (6)$$

$$(5)+(6) \Rightarrow Mg\eta\mu\phi = \mathrm{M}\alpha_{cm}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{r^4}{R^4}\right) \Rightarrow g\eta\mu\phi = a_{cm}\frac{1}{2}\left(3 - \frac{r^4}{R^4}\right) \Rightarrow \boxed{a_{cm} = \frac{2g\eta\mu\phi}{3 - \frac{r^4}{R^4}}}$$

Δ4. $$\frac{\mathrm{K}_{\mu\varepsilon\tau}}{\mathrm{K}_{\sigma\tau\rho}} = \frac{\frac{1}{2}\mathrm{M}\upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2}\mathrm{I}_{\kappa o\iota\lambda}\omega^2} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{M}\cdot(\alpha_{cm}\Delta t)^2}{\frac{1}{2}\cdot\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{M}R^2\left(1-\frac{1}{2^4}\right)(\alpha_{\gamma\omega\nu}\Delta t)^2} = \frac{2a_{cm}\Delta t^2}{R^2\alpha_{\gamma\omega\nu}^2\Delta t^2\left(1-\frac{1}{16}\right)} = \frac{2}{\frac{15}{16}} = \frac{32}{15}$$

Επιμέλεια: Λεκάκης Δημήτρης
Γεωργούλα Δήμητρα