ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1 γ
Α2 β
Α3 γ
Α4 β
Α5 α Σ
β Σ
γ Λ
δ Λ
ε Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. α. iii)

β. Το πρώτο σώμα εκτελεί τμήμα ταλάντωσης με πλάτος A_1. Τη στιγμή της κρούσης το Σ_1 βρίσκεται στη ΘΙ, άρα έχει $\upsilon_{\max 1}$. Από $\text{ΑΔΕ}_{\tau\alpha\lambda}: \frac{1}{2}k\text{A}_1^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2_{\max_1} \Rightarrow \upsilon_{\max_1} = A_1\sqrt{\frac{k}{m}}$ (1). Από ΑΔΟ στην κρούση: $m\upsilon_{\max_1} = 2m\upsilon \Rightarrow \upsilon = \frac{\upsilon_{\max_1}}{2}$ (2). Η ταχύτητα αυτή είναι μέγιστη για την ταλάντωση του συσσωματώματος, συνεπώς από

$$\text{ΑΔΕ}_{\tau\alpha\lambda}: \frac{1}{2}\cdot 2m\upsilon^2 = \frac{1}{2}\cdot 2k\text{A}_2^2 \overset{(2)}{\Rightarrow} m\cdot\frac{\upsilon^2_{\max_1}}{4} = k\text{A}_2^2 \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow m\cdot\frac{\text{A}_1^2\cdot\frac{k}{m}}{4} = k\text{A}_2^2 \Rightarrow \text{A}_2^2 = \frac{\text{A}_1^2}{4} \Rightarrow A_2 = \frac{A_1}{2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2$$

Β2. α. ii)

β. Στο διακρότημα το σώμα εκτελεί ταλάντωση μεταβλητού πλάτους. Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης αυτής είναι: $\bar{\omega} = \frac{\omega_1+\omega_2}{2} \Rightarrow f = \frac{f_1+f_2}{2}$ (1)

Εξ ορισμού: $f = \frac{N}{\Delta t} = \frac{200}{2}Hz \Rightarrow f = 100Hz$ (2)

Η συχνότητα του διακροτήματος είναι: $f_1 = |f_1 - f_2|$

$$\overset{f_1>f_2}{\Rightarrow} \frac{1}{T_\Delta} = f_1 - f_2 \Rightarrow f_1 - f_2 = \frac{1}{2}Hz \ (3)$$

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} f_1 + f_2 = 200Hz \ (4)$$

Από τις (3) και (4) προκύπτει: $f_1 = 100,25Hz$ και $f_2 = 99,75Hz$

Β3. α. iii)

β. Μετά την 1η κρούση οι ταχύτητες των σωμάτων είναι: $\upsilon_1' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1$ (1) και

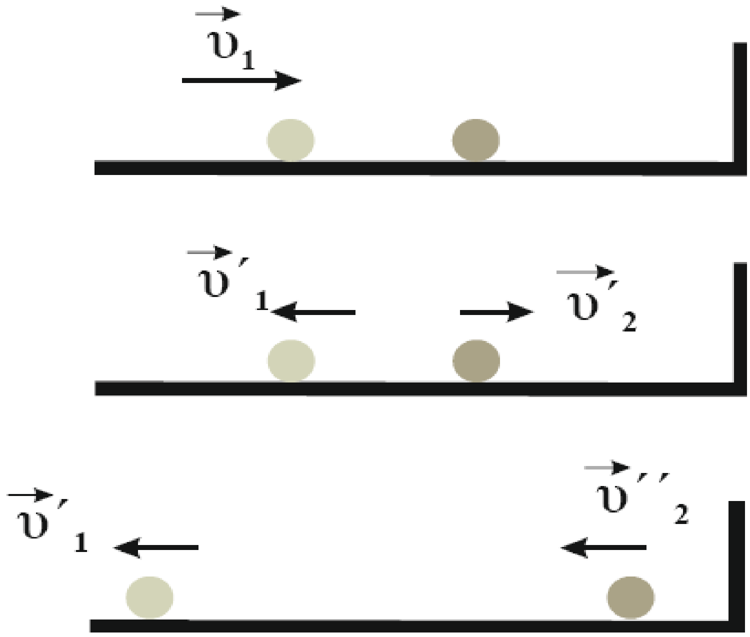
$\upsilon_2' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$ (2)

Επειδή $m_1 < m_2$ n $\upsilon_1' < 0$, δηλαδή το m_1 απομακρύνεται από τον τοίχο.

Η σφαίρα m_2 συγκρουόμενη ελαστικά με τον τοίχο αποκτά $\vec{\upsilon}''_2 = -\vec{\upsilon}'_2$ (3) και επειδή η απόσταση των 2 σφαιρών μετά τη 2η κρούση διατηρείται , προκύπτει ότι $\vec{\upsilon}''_2 = \vec{\upsilon}'_1$

$$(i) \underset{(3)}{\overset{(2)}{\Rightarrow}} -\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow -2m_1 = m_1 - m_2 \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$$



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το 1ο κύμα φτάνει την t_1=0,2s και το 2ο την t_2=1,4s.
Συνεπώς $r_2 = \upsilon \cdot t_1 \Rightarrow r_2 = 1m$ και $r_1 = \upsilon \cdot t_2 \Rightarrow r_1 = 7m$

Γ2. Από το διάγραμμα προκύπτει επίσης ότι το πλάτος του κάθε κύματος είναι $\mathrm{A} = 5 \cdot 10^{-3} m$ και η περίοδος Τ = 0,4s. $f = \dfrac{1}{\mathrm{T}} \Rightarrow f = 2{,}5\mathrm{Hz}$

$$\upsilon = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} \Rightarrow \lambda = 2m$$

Οι εξισώσεις των παραγομένων κυμάτων δίνονται από τις σχέσεις:

$$y_1 = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu\left(5\pi t - \pi r_1\right) \quad (SI)$$

$$y_2 = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu\left(5\pi t - \pi r_2\right) \quad (SI)$$

Για το Σ:

$0 \le t < 0,2s$ **Το Σ είναι ακίνητο**, διότι δεν έχει φτάσει κανένα κύμα.

$0,2s \le t < 1,4s$ Το Σ εκτελεί γατ εξαιτίας του κύματος από την Π_2, συνεπώς

$$y_\Sigma = 5\cdot 10^{-3}\eta\mu\left(5\pi t - \pi\right) \quad (SI)$$

$1,4s \le t$ Στο Σ συμβάλλουν τα 2 κύματα οπότε $y_\Sigma = 2\mathrm{A}\sigma\upsilon\nu\left(\pi\dfrac{r_1 - r_2}{\lambda}\right)\eta\mu\left(\omega t - \pi\dfrac{r_1 + r_2}{\lambda}\right)$

Άρα $y_\Sigma = 10\cdot 10^{-3}\cdot\sigma\upsilon\nu\left(3\pi\right)\eta\mu\left(5\pi t - 4\pi\right) \Rightarrow y_\Sigma = 10^{-2}\eta\mu\left(5\pi t - 3\pi\right) \quad (SI)$

Γ3. Επειδή $y_1 > 5\cdot 10^{-3}m$ η ζητούμενη στιγμή είναι μετά το 1,4s άρα το πλάτος ταλάντωσης του Σ είναι $\mathrm{A}' = 10\cdot 10^{-3}$m.

Από

$$\mathrm{A\Delta E}_{\tau\alpha\lambda}: E_{o\lambda} = U_{\tau\alpha\lambda} + K \Rightarrow \frac{1}{2}m\omega^2\left(\mathrm{A}^{/}\right)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 y_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_1^2 = \omega^2\left[\left(\mathrm{A}^{/}\right)^2 - y_1^2\right] \Rightarrow \left|\upsilon_1\right| = \omega\sqrt{\left(\mathrm{A}^{/}\right)^2 - y_1^2} \Rightarrow \left|\upsilon_1\right| = 25\pi\cdot 10^{-3}m/s$$

Γ4. Επειδή η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος εξαρτάται από το μέσο διάδοσης $\upsilon = \lambda_2\cdot f_2 \Rightarrow \upsilon = \lambda_2\cdot\dfrac{10}{9}f_1 \Rightarrow \lambda_2 = \dfrac{9}{10}\cdot\dfrac{\upsilon}{f_1} \Rightarrow \lambda_2 = \dfrac{9}{10}\cdot\lambda_1$**.** Το καινούριο πλάτος ταλάντωσης μετά τη συμβολή είναι

$$\mathrm{A}^{//} = \left|2A\sigma\upsilon\nu\left(\pi\frac{r_2 - r_1}{\lambda_2}\right)\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\left(\pi\frac{r_2 - r_1}{\frac{9}{10}\cdot\lambda_1}\right)\right| =$$

$$= \left|2A\sigma\upsilon\nu\left(\pi\frac{60}{9\cdot 2}\right)\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{10\pi}{3}\right)\right|\mathrm{A}$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{E_{o\lambda 1}}{E_{o\lambda 2}} = \frac{\frac{1}{2}m\omega_1^2\cdot\left(\mathrm{A}^{/}\right)^2}{\frac{1}{2}m\omega_2^2\cdot\left(\mathrm{A}^{//}\right)^2} = \frac{\omega_1^2\cdot\left(2\mathrm{A}\right)^2}{\omega_2^2\cdot\left(\mathrm{A}\right)^2} = \frac{4\cdot 4\pi^2 f_1^2}{4\pi^2 f_2^2} =$$

$$= \frac{4f_1^2}{f_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{4\cdot f_1^2}{\frac{100}{81}f_1^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{81}{25}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x = T \qquad (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y = w \Rightarrow A_y = Mg \qquad (2)$

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \cancel{\tau_{Ax}}^{0} + \cancel{\tau_{Ay}}^{0} + \tau_T + \tau_w = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau_T + \tau_w = 0 \Rightarrow -T\cdot\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi + Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\varphi = 0 \Rightarrow$$

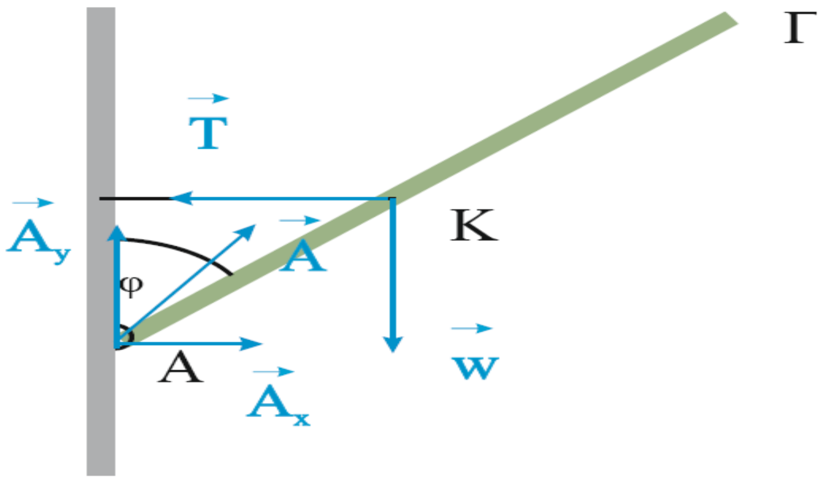
$$\Rightarrow T\sigma\upsilon\nu\varphi = Mg\eta\mu\varphi \Rightarrow T = Mg\varepsilon\varphi\varphi \Rightarrow T = 56\cdot\frac{0,6}{0,8}\mathrm{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{T} = 42\mathrm{N}$$

$$\mathrm{A} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\Rightarrow}} A = 70N$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_y}{A_x} = \frac{4}{3}$$

Παρατήρηση:Η $\vec{\mathrm{A}}$ έχει φορέα τη ράβδο ΑΓ.



Δ2.

$$\Sigma F_x = m\alpha_{cm} \Rightarrow -mg\sigma\upsilon\nu\varphi + \mathrm{T}_s =$$

$$m\alpha_{cm} \underset{\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot r}{\overset{\kappa.\chi.o\lambda}{\Rightarrow}} -mg\sigma\upsilon\nu\varphi + \mathrm{T}_s = mr\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \qquad (1)$$

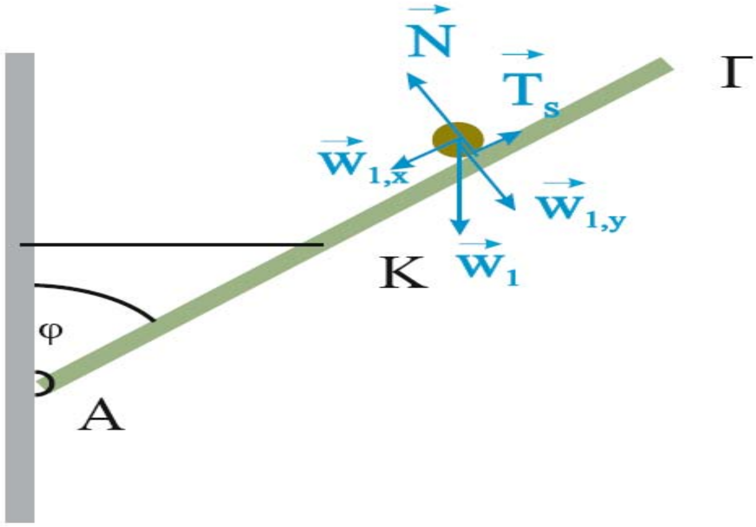
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg\eta\mu\varphi$$

$$\Sigma\tau = \mathrm{I}a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow -Ts\cdot r = \frac{2}{5}mr^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -T_s = \frac{2}{5}mr\alpha_{\gamma\omega\nu} \qquad (2)$$

$$(1)+(2) \Rightarrow -mg\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{7}{5}mr\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{-5g\sigma\upsilon\nu\varphi}{7r} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = -400rad/s^2$$



Δ3.

Για τυχαία θέση όπου η σφαίρα έχει μετατοπιστεί κατά x από το K με $0 \le x \le 1m$. Η ράβδος δέχεται τις δυνάμεις που φαίνονται στο σχήμα.

Οι $\vec{N}'$ και $\vec{T}_S{}'$ είναι οι αντιδράσεις των $\vec{T}_S$ και $\vec{N}$ που δέχεται η σφαίρα.

$$(2) \Rightarrow T_S = \frac{32}{35} N \Rightarrow T_S{}' = \frac{32}{35} N$$

$$N = mg\eta\mu\phi \Rightarrow \mathrm{N}' = mg\eta\mu\phi \Rightarrow \mathrm{N}' = \frac{12}{5}\mathrm{N}$$

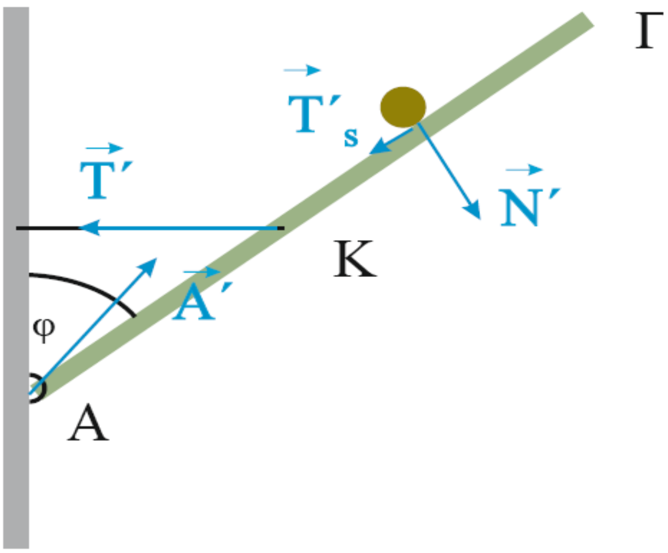
Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:

$$\Sigma\tau_{(\mathrm{A})} = 0 \Rightarrow \cancel{\tau_{\mathrm{A}}}^{0} + \tau_{\tau}{}' + \tau_w + \cancel{\tau_{\tau' s}}^{0} + \tau_{\mathrm{N}'} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\mathrm{T}'\sigma\upsilon\nu\phi\frac{\ell}{2} + Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\phi + \mathrm{N}'\cdot\left(\frac{\ell}{2} + x\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{T}'\sigma\upsilon\nu\phi\frac{\ell}{2} = Mg\frac{\ell}{2}\eta\mu\phi + \mathrm{N}'\frac{\ell}{2} + N'x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,8T' = 56\cdot 0,6 + 2,4 + 2,4x \Rightarrow T' = 45 + 3x(SI)$$



Δ4.

ΑΔΜΕ:

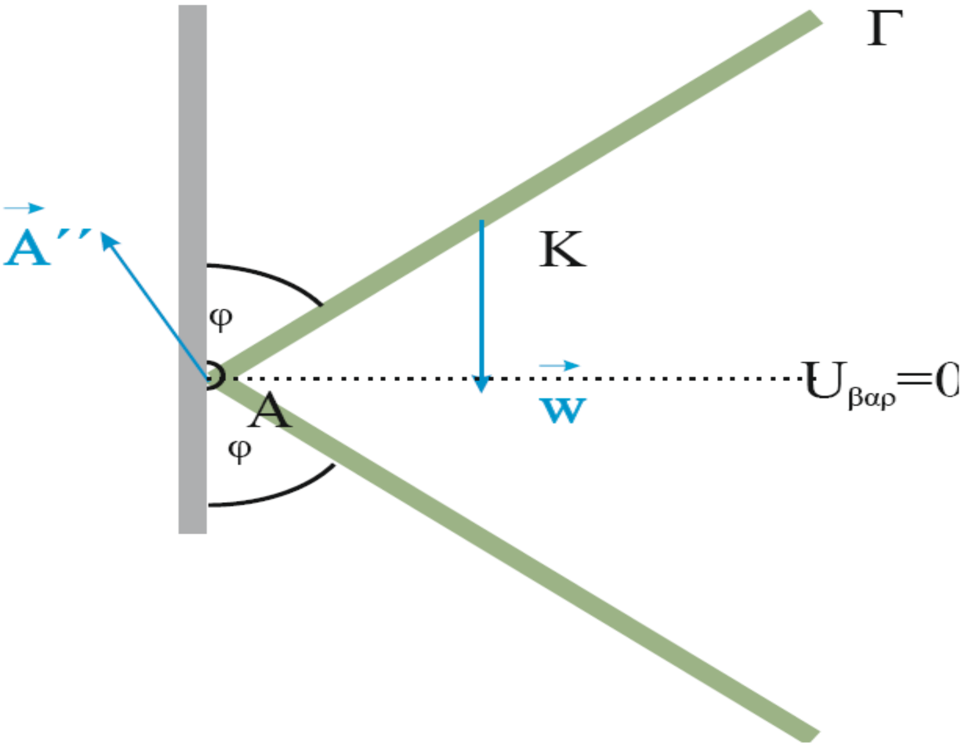
$$U_{\alpha\rho\chi}+\cancel{K_{\alpha\rho\chi}}^{0}=U_{\tau\varepsilon\lambda}+K_{\tau\varepsilon\lambda}\Rightarrow Mg\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\phi=-Mg\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\phi+\frac{1}{2}I\omega^{2}$$

$$\Rightarrow \cancel{M}g\cancel{\ell}\sigma\upsilon\nu\phi=\frac{1}{6}\cancel{M}\ell^{\cancel{2}}\omega^{2}\Rightarrow\omega^{2}=\frac{6g\sigma\upsilon\nu\phi}{\ell}\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{6g\sigma\upsilon\nu\phi}{\ell}}(4)$$

Από ΘΜΚΕ: $\frac{dK}{dt}=\frac{dW_{\Sigma\tau}}{dt}=\frac{\Sigma\tau\cdot d\theta}{dt}=\Sigma\tau\cdot\omega(5)$

$$\Sigma\tau_{(A)}=\cancel{\tau_{A''}}^{0}+\tau_{w}\Rightarrow\Sigma\tau=\frac{Mgl}{2}\eta\mu\phi(6)$$

$$(5)\overset{(4)}{\underset{(6)}{\Rightarrow}}\frac{dK}{dt}=\frac{Mg\ell}{2}\eta\mu\phi\sqrt{\frac{6g\sigma\upsilon\nu\phi}{\ell}}\Rightarrow\frac{dK}{dt}=67,2\sqrt{6}\quad J/s$$



Δ5.

Από αρχή διατήρησης της στροφορμής:

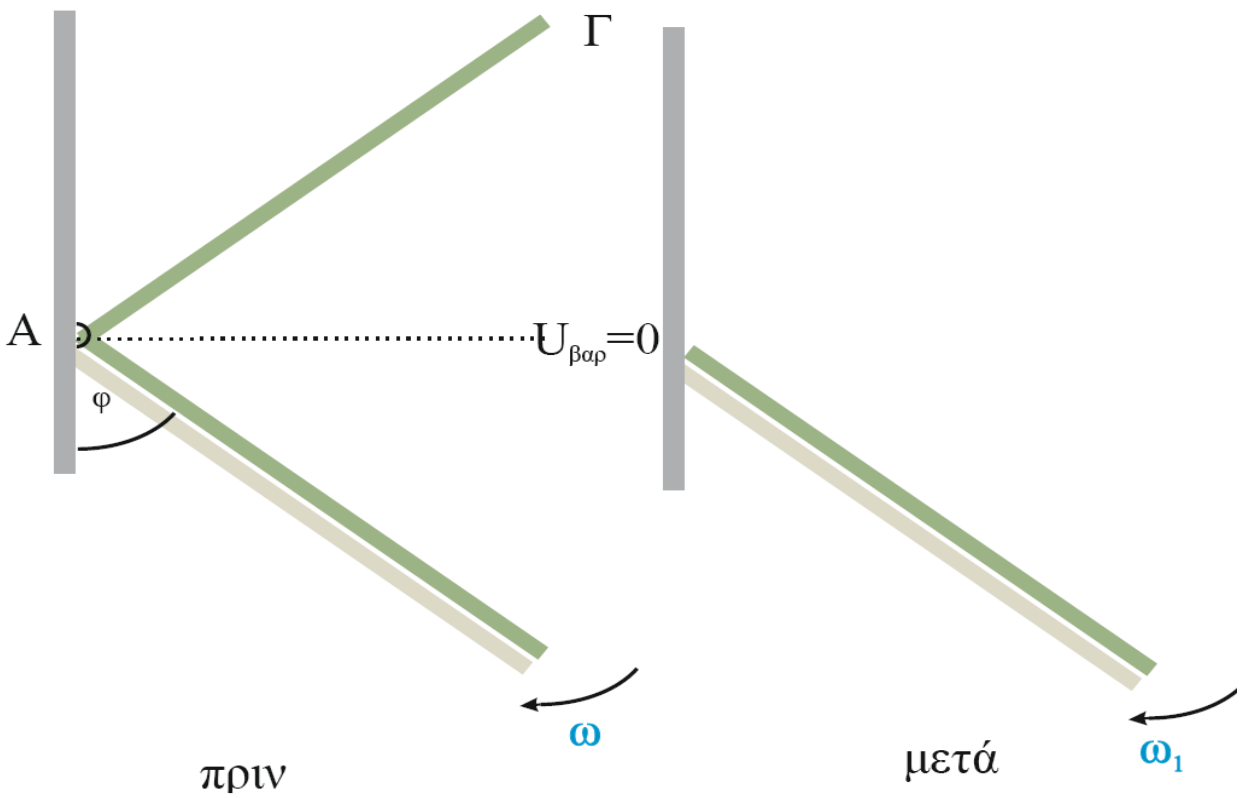
$$L_{\alpha\rho\chi}=L_{\tau\varepsilon\lambda}\Rightarrow I\cdot\omega=\left(I+I_{1}\right)\omega_{1}\Rightarrow\omega_{1}=\frac{I\omega}{I+I_{1}}(7)$$

$$\left.\begin{array}{l} I_{1}=\frac{1}{3}\cdot 3M\cdot\ell^{2}=M\ell^{2}\\ I=\frac{1}{3}M\ell^{2}\end{array}\right\}\overset{(7)}{\Rightarrow}\omega_{1}=\frac{\frac{1}{3}M\ell^{2}\omega}{\frac{4}{3}M\ell^{2}}\Rightarrow\omega_{1}=\frac{\omega}{4}(8)$$

$$\frac{E_{\alpha\pi\omega\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}=\frac{K_{\alpha\rho\chi}-K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}=\frac{\frac{1}{2}I\omega^2-\frac{1}{2}\left(I_1+I\right)\omega_1^2}{\frac{1}{2}I\omega^2}=$$

$$=\frac{\frac{M\ell^2}{3}\omega^2-\frac{4M\ell^2}{3}\omega_1^2}{\frac{M\ell^2}{3}\omega^2}=\frac{\omega^2-4\omega_1^2}{\omega^2}\overset{(8)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow\frac{E_{\alpha\pi\omega\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}=\frac{\omega^2-4\frac{\omega^2}{16}}{\omega^2}=\frac{3}{4}\ \text{ή}\ \frac{E_{\alpha\pi\omega\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}=75\%$$



Επιμέλεια: Δ. Λεκάκης, Δ. Γεωργούλα